



## ใบความรู้ที่ 2

### เรื่อง แรงลัพธ์และการหาแรงลัพธ์

#### แรงลัพธ์

**แรง (Force)** เป็นปริมาณชนิดหนึ่ง ที่บอกถึงการกระทำกับวัตถุ ได้แก่ การยก การผลัก การกด การลาก การกระทำต่างๆ เหล่านี้เป็นลักษณะหนึ่งของแรง ที่ทำให้ทราบทิศทางของการกระทำด้วย เช่น การยก เป็นการออกแรงทำให้วัตถุเคลื่อนที่ขึ้น การผลัก เป็นการออกแรงทำให้วัตถุเคลื่อนที่ออกจากผู้กระทำ การกด เป็นการออกแรงทำให้วัตถุเคลื่อนที่ต่ำลงหรือไม่ให้เคลื่อนที่ขึ้น การลาก เป็นการออกแรงทำให้วัตถุเคลื่อนที่เข้าหาผู้กระทำ เป็นต้น และการกระทำเหล่านี้แสดงให้เห็นขนาดและทิศทางของการกระทำนั้นๆ

ดังนั้นแรงจึงเป็นปริมาณที่มีขนาดและมีทิศทางของการกระทำที่แน่นอน เรียกปริมาณที่มีทั้งขนาดและทิศทางที่แน่นอนนี้ว่า ปริมาณเวกเตอร์ เราสามารถเขียนสัญลักษณ์ ได้ดังนี้

เมื่อการกระทำใดๆ คือ **แรง (Force)** แทนด้วยสัญลักษณ์  $\vec{F}$  มีหน่วยเป็น นิวตัน (N) สังเกตได้จากลูกศรด้านบนอักษรที่มีหัวลูกศรเพียงครั้งเดียว

ดังนั้นอักษรใดๆ ที่มีลูกศรอยู่ด้านบน เพียงครั้งเดียว จะต้องเป็นเวกเตอร์ เช่น  $\vec{F}$  ,  $\vec{a}$  เป็นต้น

ส่วนเส้นตรงที่มีหัวลูกศร แทนปริมาณเวกเตอร์ ดังนี้

ความยาวของเส้นตรงแทนขนาด โดยมีตัวเลขบอกขนาด ตามด้วยหน่วยของปริมาณนั้นๆ หัวลูกศรแทนทิศทาง สัญลักษณ์จะบอกให้ทราบว่าปริมาณที่กล่าวถึงเป็นเวกเตอร์ เช่น

↑ 5 N สัญลักษณ์นี้ทำให้ทราบว่า มีแรง ( $\vec{F}$ ) ขนาด 5 นิวตันกระทำไปทิศเหนือ  
สำหรับปริมาณที่เป็นสเกลาร์ จะไม่มีหัวลูกศร และทิศทางเปลี่ยนได้ทุกตำแหน่ง เช่น

12 m สัญลักษณ์นี้ทำให้ทราบว่า มีระยะทาง ( $S$ ) ขนาด 12 เมตร

26 m สัญลักษณ์นี้ทำให้ทราบว่า มีระยะทาง ( $S$ ) ขนาด 26 เมตร

เวลาเป็นปริมาณสเกลาร์ เพราะบอกเวลาให้ใช้เวลาทำงาน 30 นาที ไม่ต้องบอกว่าไปทำทางขวา จึงจะได้ใช้เวลา 30 นาที ทำที่ไหนก็ใช้เวลา 30 นาทีเท่ากัน เมื่อให้เริ่มต้นทำงาน

สรุป เวกเตอร์ (Vector) หมายถึง ปริมาณที่มีเฉพาะขนาด และมีทิศทาง เช่น การกระจัด แรง ความเร่ง น้ำหนัก เป็นต้น  
สเกลาร์ (Scalar) หมายถึง ปริมาณที่มีเฉพาะขนาด แต่ไม่มีทิศทาง เช่น ระยะทาง เวลา อุณหภูมิ มวล เป็นต้น





**แรงลัพธ์ (Resultant Force)** ได้จากการรวมแรงทั้งหมดแบบเวกเตอร์ได้เพียงแรงเดียว  
แรงลัพธ์ แทนด้วยสัญลักษณ์  $\Sigma \vec{F}$  มีหน่วยเป็น นิวตัน (N) และเป็นปริมาณเวกเตอร์

**ผลของแรงลัพธ์** เป็นผลของแรงทั้งหมดที่กระทำกับวัตถุ ทำให้สภาพของวัตถุเป็นดังนี้

### 1. สภาพการเคลื่อนที่ของวัตถุ

ถ้าวัตถุมีสภาพการเคลื่อนที่เปลี่ยนไปจากเดิม แสดงว่ามีความเร่ง จึงมีแรงลัพธ์

ถ้าวัตถุมีสภาพการเคลื่อนที่ไม่เปลี่ยนไปจากเดิม แสดงว่าไม่มีความเร่ง จึงไม่มีแรงลัพธ์

### 2. สภาพรูปร่างของวัตถุ

ถ้าวัตถุมีรูปร่างเปลี่ยนไปจากเดิม แสดงว่ามีความเร่ง จึงมีแรงลัพธ์

ถ้าวัตถุมีรูปร่างไม่เปลี่ยนไปจากเดิม แสดงว่าไม่มีความเร่ง จึงไม่มีแรงลัพธ์

ดังนั้นการเคลื่อนที่ของวัตถุเนื่องจากแรงจะมีปริมาณ ที่มีความสัมพันธ์กันอยู่ 3 ปริมาณ ดังนี้

1. แรงที่ได้จากการกระทำทั้งหมด คือ แรงลัพธ์ (Resultant Force) และ แรงนี้เป็นผลจากแรงทั้งหมดรวมกันแบบเวกเตอร์ แทนด้วยสัญลักษณ์ คือ  $\Sigma \vec{F}$  มีหน่วยเป็น นิวตัน (N) ส่วนการกระทำใดๆ คือ แรง (Force) เช่น ดึง ผลัก กด ยก ขว้าง โยน เป็นต้น แทนด้วยสัญลักษณ์ คือ  $\vec{F}$  มีหน่วยเป็น นิวตัน (N) เช่น  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$  หรือ  $\vec{F}_2 \dots$
2. วัตถุ คือ มวล (mass)  
แทนด้วยสัญลักษณ์  $m$  มีหน่วยเป็น กิโลกรัม (kg)
3. สภาพเปลี่ยนไป คือ การเคลื่อนที่เปลี่ยนไป เรียกว่า ความเร่ง (acceleration)  
แทนด้วยสัญลักษณ์  $a$  มีหน่วยเป็น เมตรต่อวินาทียกกำลังสอง ( $m/s^2$ )

ปริมาณทั้งสามนี้ มีความสัมพันธ์ที่อยู่ในรูปสมการ ดังนี้ (กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน)

$$\Sigma \vec{F} = m \vec{a}$$

สามารถนำไปแสดงให้เห็นจากเหตุการณ์ต่อไปนี้

### 1. วัตถุมีสภาพการเคลื่อนที่เปลี่ยนไปจากเดิม แสดงว่ามีความเร่ง จึงมีแรงลัพธ์



จาก  $\Sigma \vec{F} = m \vec{a}$  เมื่อ  $\vec{a} \neq 0$  จะได้  $\Sigma \vec{F} \neq 0$

ได้แก่ รถยนต์วิ่งเร็วขึ้น แสดงว่า  $\vec{a} \neq 0$  ดังนั้น  $\Sigma \vec{F} \neq 0$

รถยนต์วิ่งช้าลง แสดงว่า  $\vec{a} \neq 0$  ดังนั้น  $\Sigma \vec{F} \neq 0$

มะพร้าวหล่นจากต้น แสดงว่า  $\vec{a} \neq 0$  ดังนั้น  $\Sigma \vec{F} \neq 0$  เป็นต้น

### 2. วัตถุมีสภาพการเคลื่อนที่ไม่เปลี่ยนไปจากเดิม แสดงว่าไม่มีความเร่ง จึงไม่มีแรงลัพธ์

จาก  $\Sigma \vec{F} = m \vec{a}$  เมื่อ  $\vec{a} = 0$  จะได้  $\Sigma \vec{F} = 0$

ได้แก่ รถยนต์วิ่งด้วยความเร็วคงที่ แสดงว่า  $\vec{a} = 0$  ดังนั้น  $\Sigma \vec{F} = 0$

หนังสือวางอยู่บนโต๊ะ แสดงว่า  $\vec{a} = 0$  ดังนั้น  $\Sigma \vec{F} = 0$  เป็นต้น





### การหาแรงลัพธ์

การหาแรงลัพธ์ มีวิธีการดังนี้

1. การหาแรงลัพธ์โดยวิธีสร้างรูป
2. การหาแรงลัพธ์โดยวิธีคำนวณ

#### การหาแรงลัพธ์โดยวิธีสร้างรูป

เขียนสัญลักษณ์แทนแรง ดังนี้

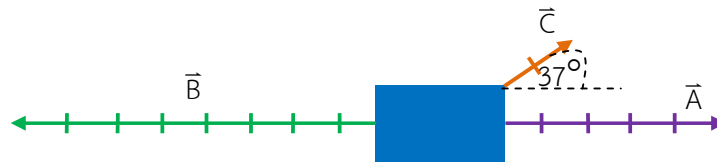
1. เส้นตรงที่มีลูกศร โดยเส้นแทนขนาดและหัวลูกศรแทนทิศทาง
2. อักษรที่มีหัวลูกศรครั้งเดียว อยู่ด้านบนอักษร

**ตัวอย่าง** มีแรง 3 แรง คือ  $\vec{A}$ ,  $\vec{B}$  และ  $\vec{C}$  กระทำต่อวัตถุ ดังรายละเอียดนี้

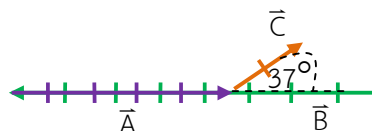
$\vec{A}$  คือ แรงขนาด 5 นิวตันกระทำต่อวัตถุไปทางขวา

$\vec{B}$  คือ แรงขนาด 8 นิวตันกระทำต่อวัตถุไปทางซ้าย

$\vec{C}$  คือ แรงขนาด 2 นิวตันกระทำต่อวัตถุเฉียงไปทางขวาทำมุมกับแนวระดับ 37 องศา  
จงหาแรงลัพธ์ที่เกิดขึ้น จากแรงทั้ง 3 แรงนี้ โดยวิธีสร้างรูป

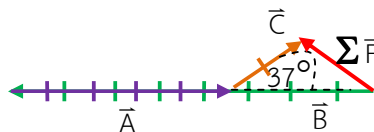


**หาแรงลัพธ์** โดยการนำลูกศรต่อกันในลักษณะหางต่อหัวดังรูป



1. เริ่มจาก  $\vec{B}$  ต่อด้วย  $\vec{A}$  และต่อด้วย  $\vec{C}$
2. จะได้จุดเริ่มต้น (หางลูกศร  $\vec{B}$ ) และ จุดสุดท้าย (หัวลูกศร  $\vec{C}$ ) ไม่อยู่ตำแหน่งเดียวกัน

ดังนั้น จะมีแรงลัพธ์ ( $\Sigma \vec{F}$ ) เกิดขึ้น โดยมีขนาดและทิศทาง ดังรูปข้างล่างนี้



1. ลากเส้นตรงจากจุดเริ่มต้นไปถึงจุดสุดท้ายและใส่หัวลูกศรชี้ไปที่จุดสุดท้าย
2. วัดระยะจากจุดเริ่มต้นถึงจุดสุดท้าย เป็น ขนาดของแรงลัพธ์
3. วัดมุมระหว่างแรงลัพธ์กับแนวระดับ จะได้ ทิศทางของแรงลัพธ์
4. แรงลัพธ์ ( $\Sigma \vec{F}$ ) ของแรงทั้งหมดคือ ขนาด.....นิวตันเฉียงไปทางซ้ายทำมุม....องศา
5. เขียนเป็นรูปสมการ ดังนี้  $\Sigma \vec{F} = \vec{B} + \vec{A} + \vec{C}$





### การหาแรงลัพธ์โดยวิธีคำนวณ

เราสามารถแบ่งวิธีการหาแรงลัพธ์ได้ 3 กรณี ดังนี้

#### 1. แรงกระทำต่อวัตถุอยู่ในแนวเดียวกัน

**ตัวอย่าง** มีแรง 3 แรง กระทำต่อวัตถุ ดังนี้ แรง  $\vec{A}$  เท่ากับ 5 นิวตัน มีทิศไปทางขวา ส่วนแรง  $\vec{B}$  และแรง  $\vec{C}$  เท่ากับ 8 นิวตัน และ 2 นิวตัน มีทิศไปทางซ้าย ตามลำดับ จงหาแรงลัพธ์ที่เกิดขึ้น

**วิธีทำ** จาก  $\Sigma \vec{F} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$   
 เมื่อแรง  $\vec{A}$  เป็นแรงเริ่มต้นและให้เป็นบวก  
 แรง  $\vec{B}$  และ  $\vec{C}$  มีทิศทางตรงข้ามกับแรง  $\vec{A}$  จึงต้องเป็นลบ  
 จะได้  $\Sigma \vec{F} = \vec{A} + (-\vec{B}) + (-\vec{C})$  .....แนวเดียวกันตรงข้ามเป็นลบ  
 $\Sigma \vec{F} = \vec{A} - \vec{B} - \vec{C}$   
 แทนค่า  $\Sigma \vec{F} = 5 - 8 - 2$  นิวตัน  
 $\Sigma \vec{F} = -5$  นิวตัน

**ตอบ** แรงลัพธ์จะมีขนาด 5 นิวตัน มีทิศทางไปทางซ้าย (ทิศทางเดียวกับ  $\vec{B}$  และ  $\vec{C}$ )

**แนวคิด** มีแรง  $\vec{A}$ ,  $\vec{B}$  และ  $\vec{C}$  จะกระทำต่อวัตถุดังภาพ จงหาแรงลัพธ์ที่เกิดขึ้น



**จาก**  $\Sigma \vec{F} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$   
 การหาแรงลัพธ์แบบเวกเตอร์ จะต้องนำเวกเตอร์มาต่อกันในลักษณะทางต่อหัว ดังรูป



เมื่อแรง  $\vec{A}$  เป็นแรงเริ่มต้น แรง  $\vec{B}$  และ  $\vec{C}$  มีทิศทางตรงข้ามกับแรง  $\vec{A}$  จึงเป็นลบ  
 จะได้  $\Sigma \vec{F} = \vec{A} + (-\vec{B}) + (-\vec{C})$   
 $\Sigma \vec{F} = \vec{A} - \vec{B} - \vec{C}$  ..... ( $\vec{B}$  และ  $\vec{C}$  มีทิศตรงข้าม  $\vec{A}$ )

**ลองทำดู** จากสถานการณ์ของตัวอย่าง ในกรณีต่อไปนี้

- ถ้าแรงเริ่มต้น คือ แรง  $\vec{B}$  แรงลัพธ์จากการ  $\Sigma \vec{F} = \vec{B} + \vec{C} + \vec{A}$   
จะมีขนาดเท่าใด และมีทิศไปทางใด
- ถ้าแรงเริ่มต้น คือ แรง  $\vec{C}$  แรงลัพธ์จากการ  $\Sigma \vec{F} = \vec{C} + \vec{A} + \vec{B}$   
จะมีขนาดเท่าใด และมีทิศไปทางใด





## 2. แรงกระทำต่อวัตถุตั้งฉากกัน ( $\perp$ )

**ตัวอย่าง** มีแรง 2 แรง กระทำต่อวัตถุ ดังนี้ แรง  $F_1$  เท่ากับ 8 นิวตัน มีทิศไปทางขวา ส่วนแรง  $F_2$  เท่ากับ 6 นิวตัน มีทิศตั้งขึ้นข้างบน จงหาขนาดแรงลัพธ์ที่เกิดขึ้น

**วิธีทำ** จาก  $\Sigma \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$   
เมื่อแรง  $F_1$  และ แรง  $F_2$  กระทำต่อวัตถุตั้งฉากกัน

จะได้  $\Sigma \vec{F} = \sqrt{(\vec{F}_1)^2 + (\vec{F}_2)^2}$  ..... กรณีแรงตั้งฉากกัน

แทนค่า  $\Sigma \vec{F} = \sqrt{(8)^2 + (6)^2}$  นิวตัน

$\Sigma \vec{F} = \sqrt{64 + 36}$  นิวตัน

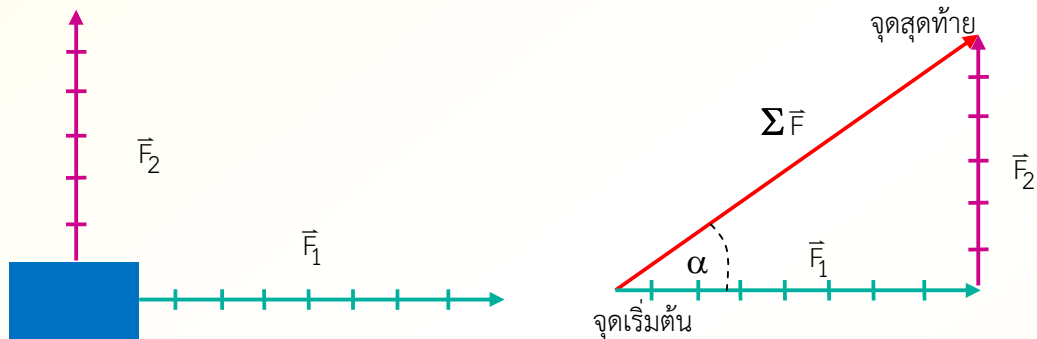
$\Sigma \vec{F} = \sqrt{100}$  นิวตัน

$\Sigma \vec{F} = 10$  นิวตัน

**ตอบ** แรงลัพธ์จะมีขนาด 10 นิวตัน

(สำหรับทิศของแรงลัพธ์หาจาก  $\tan \alpha = \frac{\vec{F}_2}{\vec{F}_1}$  จะนำไปอธิบายในระดับชั้น ม.ปลาย)

**แนวคิด** มีแรง  $F_1 = 8$  นิวตัน และ  $F_2 = 6$  นิวตัน กระทำต่อวัตถุตั้งฉากกัน ดังภาพ



จาก  $\Sigma \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$

การหาแรงลัพธ์แบบเวกเตอร์ จะต้องนำเวกเตอร์มาต่อกันในลักษณะหางต่อหัว และได้รูปในลักษณะสามเหลี่ยมมุมฉาก ขนาดของแรงลัพธ์คือด้านตรงข้ามมุมฉาก

จากกฎของพีทาโกรัส

จะได้

$$(\Sigma \vec{F})^2 = (\vec{F}_1)^2 + (\vec{F}_2)^2$$

ดังนั้นหาขนาดของแรง

$$\Sigma \vec{F} = \sqrt{(\vec{F}_1)^2 + (\vec{F}_2)^2}$$

และหาทิศทางของแรงลัพธ์

$$\tan \alpha = \frac{F_y}{F_x} = \frac{\vec{F}_2}{\vec{F}_1}$$





### 3. แรงกระทำต่อวัตถุทำมุมใดๆ ( $\theta$ ) ระหว่างกัน

**ตัวอย่าง** มีแรง 2 แรง กระทำต่อวัตถุ ดังนี้ แรง  $\vec{P}$  เท่ากับ 8 นิวตัน มีทิศไปทางขวา ส่วนแรง  $\vec{Q}$  เท่ากับ 5 นิวตัน มีทิศตั้งเฉียงไปทางขวาทำมุม  $53^\circ$  องศา กับแนวระดับ จงหาขนาดแรงลัพธ์ที่เกิดขึ้น

**วิธีทำ** จาก  $\Sigma \vec{F} = \vec{P} + \vec{Q}$   
เมื่อแรง  $\vec{P}$  และ แรง  $\vec{Q}$  กระทำทำมุม  $53^\circ$  องศา ระหว่างกัน

จะได้  $\Sigma \vec{F} = \sqrt{\vec{P}^2 + \vec{Q}^2 + 2\vec{P}\vec{Q} \cos \theta} \dots$  กรณีแรงทำมุม  $\theta$  ต่อกัน

แทนค่า  $\Sigma \vec{F} = \sqrt{(8)^2 + (5)^2 + 2(8)(5) \cos 53^\circ}$  นิวตัน

$$\Sigma \vec{F} = \sqrt{64 + 25 + 2(8)(5)\left(\frac{3}{5}\right)} \text{ นิวตัน}$$

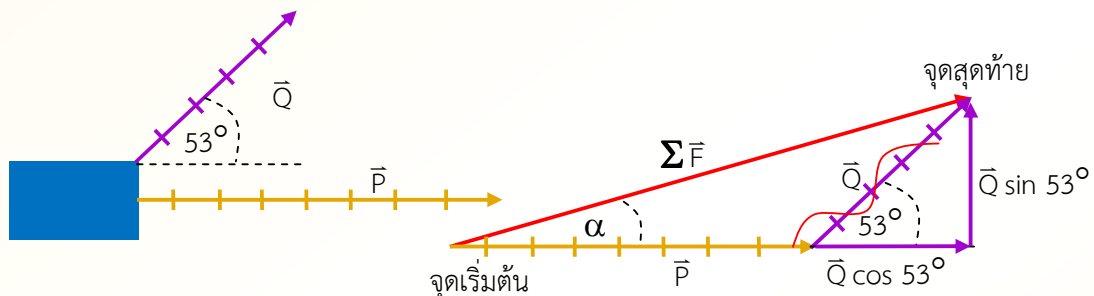
$$\Sigma \vec{F} = \sqrt{64 + 25 + 48} \text{ นิวตัน}$$

$$\Sigma \vec{F} = \sqrt{137} \text{ นิวตัน}$$

$$\Sigma \vec{F} = 11.705 \text{ นิวตัน}$$

**ตอบ** แรงลัพธ์จะมีขนาด 11.705 นิวตัน

**แนวคิด** มีแรง  $\vec{P} = 8$  นิวตัน และ  $\vec{Q} = 5$  นิวตัน กระทำต่อวัตถุทำมุม  $53^\circ$  กัน ดังภาพ



จาก  $\Sigma \vec{F} = \vec{P} + \vec{Q}$

การหาแรงลัพธ์แบบเวกเตอร์ จะต้องนำเวกเตอร์มาต่อกันในลักษณะหางต่อหัว

และได้รูปในลักษณะสามเหลี่ยมใดๆ ปรับแรง  $\vec{Q}$  ได้  $\vec{Q} \sin 53^\circ$  และ  $\vec{Q} \cos 53^\circ$

แล้วได้รูปในลักษณะสามเหลี่ยมมุมฉาก ขนาดของแรงลัพธ์คือด้านตรงข้ามมุมฉาก

จากกฎของพีทาโกรัส

$$\text{จะได้} \quad (\Sigma \vec{F})^2 = (\vec{P} + \vec{Q} \cos 53^\circ)^2 + (\vec{Q} \sin 53^\circ)^2$$

$$\text{ดังนั้นหาขนาดของแรง} \quad \Sigma \vec{F} = \sqrt{\vec{P}^2 + \vec{Q}^2 + 2\vec{P}\vec{Q} \cos \theta}$$

$$\text{และหาทิศทางของแรงลัพธ์} \quad \tan \alpha = \frac{\vec{Q} \sin \theta}{\vec{P} + \vec{Q} \cos \theta} \quad (\text{ศึกษาในชั้น ม.ปลาย})$$





**ตัวอย่าง** มีแรง 4 แรง คือ  $\vec{A}$ ,  $\vec{B}$ ,  $\vec{C}$  และ  $\vec{D}$  กระทำต่อวัตถุ ดังรายละเอียดนี้

$\vec{A}$  คือ แรงขนาด 16 นิวตันกระทำต่อวัตถุไปทางขวา

$\vec{B}$  คือ แรงขนาด 9 นิวตันกระทำต่อวัตถุไปทางซ้าย

$\vec{C}$  คือ แรงขนาด 5 นิวตันกระทำต่อวัตถุเฉียงไปทางซ้ายทำมุมกับแนวระดับ 37 องศา

$\vec{D}$  คือ แรงขนาด 12 นิวตันกระทำต่อวัตถุโดยตั้งขึ้น

1) จงหาขนาดของแรงลัพธ์ที่เกิดจาก  $\vec{A}$  กับ  $\vec{D}$

2) จงหาขนาดของแรงลัพธ์ที่เกิดจาก  $\vec{B}$  กับ  $\vec{C}$

3) จงหาแรงลัพธ์ที่เกิดจาก  $\vec{A}$  กับ  $\vec{B}$

**วิธีทำ** 1) จงหาขนาดของแรงลัพธ์ที่เกิดจาก  $\vec{A}$  กับ  $\vec{D}$

แรง  $\vec{A}$  กับ แรง  $\vec{D}$  ตั้งฉากกัน

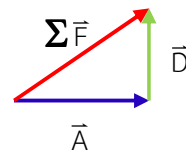
จะได้  $\Sigma \vec{F} = \sqrt{\vec{A}^2 + \vec{D}^2}$

แทนค่า  $\Sigma \vec{F} = \sqrt{(16)^2 + (12)^2}$  นิวตัน

$\Sigma \vec{F} = \sqrt{256 + 144}$  นิวตัน

$\Sigma \vec{F} = \sqrt{400}$  นิวตัน

$\Sigma \vec{F} = 20$  นิวตัน



**ตอบ** ขนาดของแรงลัพธ์ที่เกิดจาก  $\vec{A}$  กับ  $\vec{D}$  เท่ากับ 20 นิวตัน

2) จงหาขนาดของแรงลัพธ์ที่เกิดจาก  $\vec{B}$  กับ  $\vec{C}$

แรง  $\vec{B}$  กับ แรง  $\vec{C}$  ทำมุมกัน 37 องศา

จะได้  $\Sigma \vec{F} = \sqrt{\vec{B}^2 + \vec{C}^2 + 2\vec{B}\vec{C} \cos \theta}$

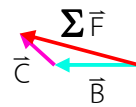
แทนค่า  $\Sigma \vec{F} = \sqrt{9^2 + 5^2 + 2(9)(5) \cos 37^\circ}$  นิวตัน

$\Sigma \vec{F} = \sqrt{81 + 25 + 2(9)(5)\left(\frac{4}{5}\right)}$  นิวตัน

$\Sigma \vec{F} = \sqrt{81 + 25 + 72}$  นิวตัน

$\Sigma \vec{F} = \sqrt{188}$  นิวตัน

$\Sigma \vec{F} = 13.71$  นิวตัน



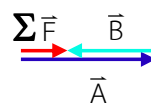
**ตอบ** ขนาดของแรงลัพธ์ที่เกิดจาก  $\vec{B}$  กับ  $\vec{C}$  เท่ากับ 13.71 นิวตัน

3) จงหาแรงลัพธ์ที่เกิดจาก  $\vec{A}$  กับ  $\vec{B}$

แรง  $\vec{A}$  กับ แรง  $\vec{B}$  อยู่ในแนวเดียวกัน และมีทิศตรงข้ามกัน

จะได้  $\Sigma \vec{F} = \vec{A} - \vec{B}$

แทนค่า  $\Sigma \vec{F} = 16 - 9 = 7$  นิวตัน



**ตอบ** แรงลัพธ์ที่เกิดจาก  $\vec{A}$  กับ  $\vec{B}$  เท่ากับ 7 นิวตัน และมีทิศไปทางเดียวกับ แรง  $\vec{A}$

